

Supóngase también que el vector recibido r difiere del vector código transmitido c en exactamente “ d ” posiciones, o sea que d es la distancia Hamming entre los vectores r y c . Así, la ecuación 10.4 puede escribirse como

$$\begin{aligned} \ln p(r|c) &= d \ln p + (N-d) \ln(1-p) \\ &= d \ln \left(\frac{p}{1-p} \right) + N \ln(1-p) \end{aligned} \quad (10.6)$$

En general, la probabilidad de que ocurra un error es lo suficientemente baja como para suponer que $p < 1/2$, con lo cual la ecuación 10.6 puede expresarse como:

$$\ln p(r|c) = -Ad - B \quad (10.7)$$

en donde A y B son constantes positivas, de manera que la regla de decodificación de máxima verosimilitud para el canal simétrico binario puede escribirse como

$$\text{Escoger el estimado } \hat{c} \text{ que minimice la distancia Hamming entre el vector recibido } r \text{ y el vector transmitido } c. \quad (10.8)$$

o sea que para el canal simétrico binario, el decodificador de verosimilitud máxima se reduce a un decodificador de mínima distancia Hamming. En tal decodificador, el vector recibido r se compara con cada uno de los posibles vectores código transmitidos c , y se escoge como vector transmitido al más cercano a r . Aquí la expresión “más cercano” se usa en el sentido de distancia Hamming, o sea de la mínima diferencia en símbolos binarios entre los vectores código que se están examinando.

10.3 EL ALGORITMO DE VITERBI

Si todas las secuencias que entran al codificador convolucional son equiprobables, el decodificador que suministrará la mínima probabilidad de error será aquel que compara una sucesión dada de entrada con todas las trayectorias válidas y determina cual de estas últimas tiene la mínima distancia libre con respecto a la entrada. Este proceso de decodificación es de *verosimilitud máxima* y puede lograrse de una manera sencilla y elegante mediante el llamado *algoritmo de Viterbi*, el cual permite reducir el número de cálculos a realizarse, basado en la estructura intrínseca del enrejado del codificador. El algoritmo examina, en un instante dado t_i , todas las trayectorias que entran a cada uno de los estados y descarta aquellas que no son candidatas para la selección de máxima verosimilitud. Cuando dos trayectorias entran a un mismo estado, se escoge como sobreviviente la de menor medida. Si las dos trayectorias tienen la misma medida, la selección se hace de una manera arbitraria (¿por qué?), como por ejemplo lanzando una moneda.

En referencia al enrejado de la figura 10.5, y para la sucesión recibida 10101010, se redibuja el enrejado como en la figura 10.9, indicando la distancia entre cada par de bits recibidos y los bits correspondientes del enrejado. Por ejemplo, el 1 de la trayectoria ab entre t_1 y t_2 resulta de comparar los bits recibidos 10 con los bits 00 del enrejado de la figura 10.5, lo cual suministra una distancia de 1. Ahora se examinan las distintas trayectorias desde el comienzo del enrejado y se van sumando las distancias. Los valores acumulados de las distancias se indican entre paréntesis adyacentes a cada nodo. En aquellos estados a los cuales se puede llegar mediante dos trayectorias diferentes los paréntesis encierran dos números, correspondiendo el primer número a la trayectoria superior. El hecho de que ninguna trayectoria tenga medida nula indica la presencia de *errores detectables* en la señal recibida. La decodificación se hace en base a la trayectoria que suministre la menor distancia acumulada. Por ejemplo, el estado b en $t = t_4$ puede alcanzarse a través de la trayectoria $aaab$ que dista 3 de la palabra recibida o a través de $abcb$ con distancia 5. En tal caso, la última trayectoria se descarta y se continúa desde el estado b

en t_4 con una distancia acumulada de 3. Rechazar trayectorias es importante, ya que evita tener que calcular la distancia para cada palabra transmitida posible.

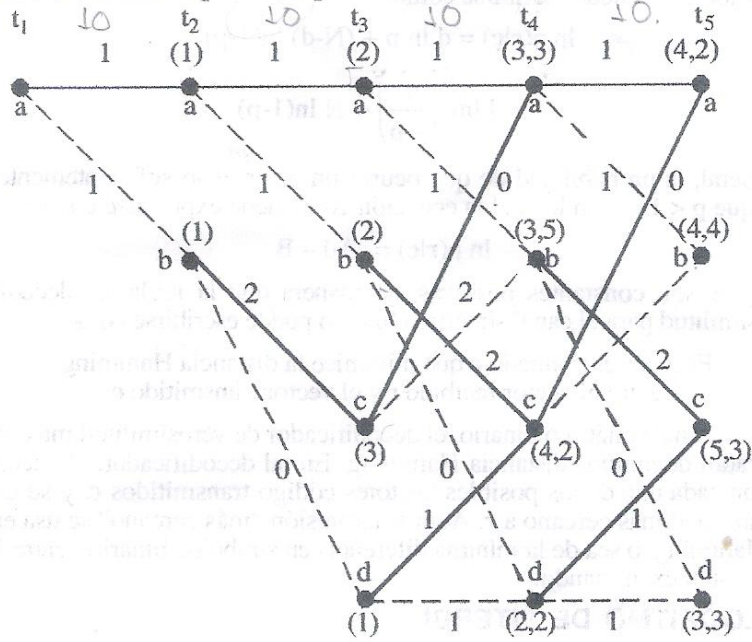


Figura 10.9
Descodificación del código convolucional

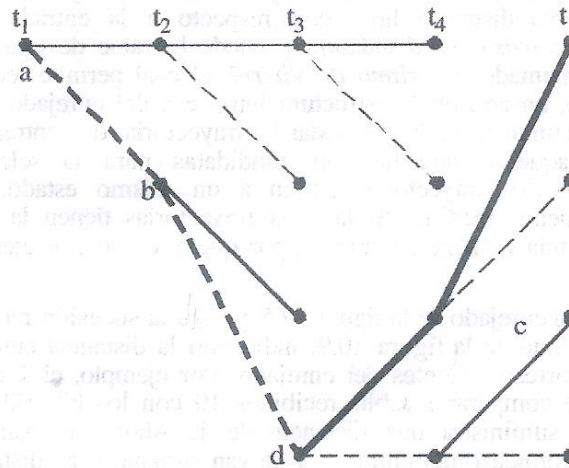


Figura 10.10
Trayectorias sobrevivientes

La figura 10.10 muestra las trayectorias sobrevivientes hasta $t = t_5$, instante en el cual sólo hay una trayectoria sobreviviente entre t_1 y t_2 y así el primer bit recibido se descodifica como un 1, correspondiente a la transición ab que debe ocurrir entre t_1 y t_2 . Nótese que este primer bit no es descodificado sino después de cuatro intervalos de tiempo después, cuando ya se han computado las medidas de todas las trayectorias hasta t_5 . Esto representa un retardo en la codificación que típicamente es del orden de $5L$ bits. Para obtener la salida